



University of  
Sistan and Baluchestan



## Extraction of the Yield Curve of the Iranian Economy Using the Nelson-Siegel Model

Ali asghar Salem<sup>1</sup> | Javid Bahrami<sup>2</sup> | Ali Akbari bavafa gelyan<sup>3</sup>

1. Associate Professor, Department of Economics, Faculty of Economics, Allameh Tabataba'i University, Tehran, Iran. E-mail: salem207@yahoo.com
2. Corresponding Author, Associate Professor, Department of Economics, Faculty of Economics, Allameh Tabataba'i University, Tehran, Iran. E-mail: javid\_bahrami@yahoo.com
3. Ph.D. student, Department of Economics, Faculty of Economics, Allameh Tabataba'i University, Tehran, Iran. E-mail: bavafa88@yahoo.com

### Article Info

#### Article type:

Research Article

#### Article history:

Received: 3 May 2025

Revised in revised form: 17  
December 2025

Accepted: 24 December  
2025

online: 26 December 2025

#### JEL:E, E4, E43.

#### Keywords:

Interest rate,  
Term structure,  
Yield curve,  
Nelson-Siegel model.

### ABSTRACT

The yield curve is recognized as one of the most important leading indicators in financial and economic analysis. This research employs the Nelson-Siegel model and data on zero-coupon government bonds (Akhza) to extract the yield curve of the Iranian economy during the period 2017-2024. The main innovation of this study, in addition to applying the Bliss weighting method to enhance fitting accuracy in short-term maturities, lies in the first empirical examination of the stylized facts of the yield curve in Iran's economy. The research findings indicate that the Iranian economy experienced three distinct yield curve patterns during this period: a downward-sloping curve during the recession-sanctions period of 2017-2019, a flat curve during transition periods in 2021-2022, and a steep upward-sloping curve during the political-economic shocks period of 2022-2024. The results of statistical tests confirm two main stylized facts: first, the existence of strong co-movement among interest rates with different maturities, confirmed by correlation coefficients exceeding 0.95; and second, the typically upward-sloping yield curve, observed in over 65% of cases. However, contrary to initial expectations, the inverse relationship between the level of short-term rates and the slope of the curve was not confirmed in Iranian data, which may indicate specific characteristics of Iran's financial market. These findings can provide a suitable scientific basis for monetary policy, risk management in financial institutions, and investor decision-making. Particularly, the identification of different yield curve patterns across various economic periods can serve as a predictive tool for future decision-making.

**Cite this article:** Salem, A., Bahrami, J., & Akbari bavafa gelyan, A. (2025). Extracting the Iranian economy's yield curve using the Nielsen-Sigel model. *Stable Economy Journal*, 6 (4), 161-191. DOI: 10.22111/sedj.2025.52141.1601



© The Author(s).  
DOI: 10.22111/sedj.2025.52141.1601

Publisher: University of Sistan and Baluchestan

## **Extended Abstract**

### **Introduction:**

The yield curve is recognized as one of the most reliable predictive indicators in macroeconomics and financial markets. This curve not only reflects inflation expectations and economic growth but also plays a determining role in asset pricing, risk management of financial institutions, and monetary policy formulation. Despite the extraordinary importance of this indicator, Iran's economy has hitherto lacked comprehensive studies that could extract and analyze the yield curve using market-based data. Most previous studies have either relied on administered interest rates or used macroeconomic models to analyze the interest rate structure. This research gap necessitated a study that would utilize actual government bond market data to model the yield curve and examine its structural characteristics.

### **Methodology:**

Methodologically, this research is an applied-descriptive study conducted using an econometric approach. The statistical population includes all zero-coupon government bonds (Akhza) from March 2017 to September 2024. The sampling method was systematic elimination, excluding bonds with less than one month to maturity and periods where the number of available bonds was less than three. The Nelson-Siegel (1987) model was used for yield curve modeling, selected due to its parameter parsimony and flexibility, making it suitable for developing markets. The methodological innovation of this research lies in applying the Bliss (1996) weighting method based on the inverse of duration, which enhances fitting accuracy in short-term maturities. Furthermore, for the first time in Iran's economic literature, an empirical test of the yield curve's stylized facts has been conducted using advanced statistical methods including correlation analysis, one-sample t-test, and linear regression. Data were processed and analyzed using EViews and MATLAB software.

### **Results:**

Results from the Nelson-Siegel model estimation indicate that Iran's economy experienced three distinct yield curve patterns during the study period. During 2017-2019, the yield curve became inverted, coinciding with the implementation of interest rate caps and the US withdrawal from JCPOA. During 2021-2022, the yield curve flattened, indicating market uncertainty and mixed expectations. Finally, during 2022-2024, the yield curve developed a steep upward slope, concurrent with intensified sanctions and increased political uncertainty. Statistically, Pearson correlation analysis confirmed strong co-movement among interest rates with different maturities, with correlation coefficients between all rate pairs being significant at the 99% confidence level, ranging from 0.78 to 0.99. Additionally, the one-sample t-test showed that the mean curve slope was 1.7 percent and statistically significant ( $p < 0.001$ ). However, contrary to theoretical expectations, the inverse relationship between the level of short-term rates and the curve slope was not confirmed in Iranian data, and in some periods, a positive and significant relationship between these two variables was observed.

### **Conclusion:**

This research successfully extracted and analyzed Iran's yield curve based on market-based government bond data for the first time in the country's economic literature. Findings indicate that Iran's yield curve is highly sensitive to political-economic shocks and can serve as a strong leading indicator for analyzing macroeconomic conditions. The confirmation of two main stylized facts

(rate co-movement and typically upward slope) demonstrates that Iran's debt market, despite all its deficiencies, follows relatively rational behavioral patterns. However, the non-confirmation of the inverse relationship between short-term rates and curve slope reveals specific characteristics of Iran's financial market that require deeper examination in future studies. These findings can be utilized by monetary policymakers to evaluate policy effectiveness, by banks for interest rate risk management, and by investors for investment decision-making.

## استخراج منحنی بازده اقتصاد ایران با استفاده از مدل نیلسون سیگل

علی اصغر سالم<sup>۱</sup> | جاوید بهرامی<sup>۲</sup> | علی اکبری باوفا گلیان<sup>۳</sup>

۱. دانشیار دانشکده اقتصاد، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران. رایانامه: salem207@yahoo.com

۲. نویسنده مسئول، دانشیار دانشکده اقتصاد، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران. رایانامه: javid\_bahrami@yahoo.com

۳. دانشجوی دکتری دانشکده اقتصاد، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران. رایانامه: bavafa88@yahoo.com

اطلاعات مقاله	چکیده
نوع مقاله: مقاله پژوهشی	منحنی بازده به‌عنوان یکی از مهم‌ترین شاخص‌های پیش‌نگر در تحلیل‌های مالی و اقتصادی شناخته می‌شود. این پژوهش با استفاده از مدل نلسون-سیگل و داده‌های اوراق دولتی بدون کوپن (اخزا)، به استخراج منحنی بازده اقتصاد ایران طی دوره ۱۴۰۳-۱۳۹۵ می‌پردازد. نوآوری اصلی این تحقیق، علاوه بر اعمال روش وزندهی بلیس برای افزایش دقت برازش در سررسیدهای کوتاه‌مدت، بررسی تجربی حقایق آشکارشده منحنی بازده در اقتصاد ایران برای نخستین بار است. یافته‌های تحقیق نشان می‌دهد اقتصاد ایران در این دوره سه الگوی متمایز از منحنی بازده را تجربه کرده است: منحنی نزولی در دوره رکود-تحریم ۱۳۹۷-۱۳۹۵، منحنی تخت در دوره‌های گذار ۱۴۰۰-۱۳۹۹، و منحنی صعودی تند در دوره شوک‌های سیاسی-اقتصادی ۱۴۰۳-۱۴۰۱. نتایج آزمون‌های آماری انجام‌شده، دو حقیقت آشکارشده اصلی را تأیید می‌کند: اول، وجود هم‌حرکتی قوی بین نرخ‌های بهره با سررسیدهای مختلف که با ضرایب همبستگی بالای ۰.۹۵ مورد تأیید قرار گرفت؛ و دوم، شیب صعودی معمول منحنی بازده که در بیش از ۶۵ درصد موارد مشاهده شد. بر خلاف انتظارات اولیه، رابطه معکوس بین سطح نرخ کوتاه‌مدت و شیب منحنی در داده‌های ایران تأیید نشد که این امر می‌تواند نشان‌دهنده ویژگی‌های خاص بازار مالی ایران باشد. این یافته‌ها می‌تواند مبنای علمی مناسبی برای سیاست‌گذاری پولی، مدیریت ریسک نهادهای مالی و تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاران فراهم کند. به‌ویژه، شناسایی الگوهای مختلف منحنی بازده در دوره‌های مختلف اقتصادی می‌تواند به عنوان یک ابزار پیش‌بینی‌کننده برای اتخاذ تصمیمات آتی مورد استفاده قرار گیرد.
تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۳/۳	
تاریخ ویرایش: ۱۴۰۴/۹/۲۶	
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۱۰/۳	
تاریخ انتشار: ۱۴۰۴/۱۰/۵	
JEL: E, E4, E43.	
واژه‌های کلیدی:	
نرخ بهره،	
ساختار زمانی،	
منحنی بازده،	
ساختار نرخ سود،	
مدل نلسون سیگل	

استناد: سالم، علی اصغر؛ بهرامی، جاوید؛ و اکبری باوفا گلیان، علی (۱۴۰۴). استخراج منحنی بازده اقتصاد ایران با استفاده از مدل نیلسون سیگل. *اقتصاد باثبات*، ۶ (۴)، ۱۶۱-۱۹۱.

DOI: 10.22111/sedj.2025.52141.1601



## ۱. مقدمه

در سال های گذشته پیشرفت های بسیاری در مدلسازی ساختار زمانی نرخ بهره حاصل شده است. دو رویکرد عمده در مدلسازی ساختار زمانی نرخ بهره شامل مدل های بدون آربیتراژ و مدل های تعادلی می باشند. رویکرد بدون آربیتراژ بر تطبیق کامل ساختار زمانی نرخ بهره در یک نقطه زمانی تمرکز دارد تا اطمینان حاصل شود که هیچ گونه امکان آربیتراژ وجود ندارد، که این امر برای قیمت گذاری مشتقات حائز اهمیت است. رویکرد تعادلی بر مدلسازی دینامیک نرخ آنی تمرکز دارد، که معمولاً از مدل های آفین<sup>۱</sup> استفاده می کند (Diebold & Li, 2006).

استخراج منحنی بازده یکی از ابزارهای مهم در تحلیل مالی و اقتصادی است که به سرمایه گذاران، سیاست گذاران و محققان کمک می کند تا درک بهتری از وضعیت اقتصادی یک کشور داشته باشند. منحنی بازده نشان دهنده رابطه بین نرخ بهره (اسمی) و زمان سررسید اوراق قرضه است و می تواند به عنوان یک شاخص پیش بینی کننده برای وضعیت اقتصادی آینده مورد استفاده قرار گیرد (Fama, & French, 1989). تفسیر شیب منحنی بازده ابزاری مفید برای تصمیمات سرمایه گذاری است. در واقع باور بر این است که خرد جمعی سرمایه گذاران در اوراقی که منحنی بازده را شکل می دهند به گونه ای است که مانند یک سیستم هشدار زود هنگام عمل می کند.

پشتوانه اهمیت جهانی منحنی بازده، وجود الگوهای تجربی پایدار و تکرار شونده ای است که در ادبیات مالی از آنها به عنوان «حقایق آشکار شده»<sup>۲</sup> یاد می شود. سه حقیقت کلیدی که مبنای نظری و تجربی مدلسازی منحنی بازده را تشکیل می دهند، و عمدتاً توسط نظریه انتظارات<sup>۳</sup> توضیح داده می شوند. این حقایق آشکار شده عبارتند از:

• هم حرکتی نرخ ها<sup>۴</sup> - نرخ های بهره در سررسیدهای مختلف تمایل شدیدی به حرکت در یک جهت دارند؛

• رابطه معکوس بین سطح نرخ کوتاه مدت و شیب منحنی - زمانی که نرخ های کوتاه مدت در سطوح بسیار پایینی قرار دارند، منحنی بازده تمایل به شیب صعودی تند دارد و بالعکس؛

• شیب صعودی معمول منحنی بازده - در حالت عادی و در اکثر اوقات، منحنی بازده یک شیب ملایم صعودی دارد.

---

1 - Affine

2 - Stylized Facts

3- Expectations Theory

4- Co-movement

با وجود اجماع گسترده بر سر این مفاهیم و اهمیت منحنی بازده در ادبیات بین‌المللی، یک شکاف پژوهشی عملیاتی در زمینه اقتصاد ایران به چشم می‌خورد. مرور مطالعات پیشین داخل ایران حاکی از آن است که عمده پژوهش‌ها یا بر مدل‌سازی کلان ساختار نرخ سود با استفاده از نرخ‌های سود دستوری سپرده‌های بانکی متمرکز بوده‌اند (مانند کیان‌پور و همکاران، ۱۴۰۲؛ رحیمی و هراتی، ۱۳۹۹) و یا در چارچوب مدل‌های تعادلی به تحلیل عوامل مؤثر بر نرخ بهره پرداخته‌اند (خزیمه و همکاران، ۱۳۹۷) و یا همچون محمدی اقدم و همکاران (۱۴۰۴) بر تغییرات پارامترهای منحنی بازده و قدرت پیش بینی مدل‌های مختلف سری زمانی و یادگیری ماشین متمرکز می‌باشند. اگرچه این مطالعات از ارزش تحلیلی بالایی برخوردارند، اما یک نقطه کور مهم را پوشش نمی‌دهند: مدل‌سازی مستقیم و استخراج عملی منحنی بازده بر اساس داده‌های بازار اوراق قرضه دولتی، که نماینده نرخ‌های بهره بدون ریسک و برآمده از تعامل واقعی عرضه و تقاضا هستند. این خلأ، یک سؤال بنیادی را بدون پاسخ گذاشته است: آیا حقایق آشکارشده جهانی منحنی بازده، که در اقتصادهای پایدار مشاهده می‌شوند، در بستر پرنوسان، متأثر از شوک‌های سیاسی-اقتصادی ایران نیز مصداق دارند؟ در میان روش‌های مدل‌سازی ساختار زمانی نرخ بهره، مدل نلسون سیگل<sup>۱</sup> (۱۹۸۷) دارای ویژگی‌هایی است که این مدل برازشی را از سایر مدل‌های تخمینی متمایز می‌نماید. این مدل به صورت مطلوبی بخشی از محدودیتهای نظریه اقتصاد مالی را برآورده می‌نماید. این مدل، تقریبی صرفه جویانه<sup>۲</sup> است، زیرا که با تعداد نسبتاً کم پارامترهای ورودی می‌تواند تا حد خوبی از بیش‌برازش درون نمونه‌ای جلوگیری نماید.

از مزایای دیگر مدل نلسون سیگل می‌توان به تخمین منعطف آن اشاره کرد. انعطاف از آن جهت مطلوب است که منحنی بازده می‌تواند تنوعی از اشکال را در زمانهای متفاوت داشته باشد. بررسی‌ها نشان می‌دهد بسته به ارزش چهار پارامتر  $\beta_0, \beta_1, \beta_2$  و  $\lambda$ ، منحنی نلسون سیگل می‌تواند تخت، افزایشنده (صعودی)، کاهنده (نزولی)،  $U$ -شکل باشد.

علاوه بر موارد بالا، مدل نلسون سیگل از جهات متفاوتی نسبت به سایر مدل‌ها برتری دارد؛ از جهت سازگاری با ماهیت داده‌ها و بازار ایران، مدل‌های پیچیده‌تری مانند مدل‌های آفین یا دیبولد-لی برای برآورد پایدار به حجم زیادی از داده‌های باکیفیت و با تواتر زمانی بالا (روزانه) نیاز دارند. در مقابل، داده‌های مورد استفاده در این پژوهش (اوراق اخزا) دارای تواتر شش‌ماهه<sup>۳</sup> و در برخی مقاطع با تعداد محدودی از اوراق در سررسیدهای مختلف بوده‌اند. مدل نلسون-سیگل اولیه به دلیل

1 - Nelson-Siegel (1987)

2- Parsimonious approximation

صرفه‌جویی پارامتری (۴ پارامتر) با این محدودیت داده‌ها سازگارتر است و از خطر بیش‌برازش<sup>۱</sup> جلوگیری می‌کند. همچنین بازار بدهی ایران در مقایسه با اقتصادهای توسعه‌یافته، از عمق و نقدشوندگی کمتری برخوردار است. این امر باعث می‌شود برخی از مفروضات اساسی مدل‌های پیشرفته (مانند فرض بازار کارا و بدون اصطکاک) به طور کامل برقرار نباشد. مدل نلسون-سیگل با حداقل مفروضات، برای چنین بازاری انعطاف‌پذیرتر و کم‌خطاتر است.

هدف غایی این تحقیق، استخراج اولیه منحنی بازده و توصیف ویژگی‌های کلان آن (همچون شکل منحنی، هم‌حرکتی نرخ‌ها و صرف ریسک سررسید) در اقتصاد ایران بوده است. مدل نلسون-سیگل با تفسیرپذیری اقتصادی بالای اجزای خود (سطح، شیب و انحنا) به بهترین وجه این نیاز را برآورده می‌سازد. در مقابل، مدل‌های آفین یا مدل پویای دیبولد-لی، اگرچه برای پیش‌بینی و قیمت‌گذاری مشتقات قدرتمندند، اما پیچیدگی آن‌ها برای یک هدف توصیفی-اکتشافی اولیه، ضروری نبوده است.

همچنین، مدل‌های بدون آربیتراژ برای قیمت‌گذاری دقیق ابزارهای مشتقه و تضمین نبود فرصت‌های آربیتراژ طراحی شده‌اند. از آنجا که هدف این پژوهش، قیمت‌گذاری نبوده و همچنین بازار مشتقات نرخ بهره در ایران توسعه نیافته است، بار محاسباتی و پیچیدگی ناشی از اعمال این شرط توجیه‌پذیر نبوده است.

مدل نلسون-سیگل به دلیل پارامترهای کمتر، از پایداری عددی بالاتری برخوردار است. در مقابل، برآورد مدل سونسون (با ۶ پارامتر) یا مدل دیبولد-لی (که نیازمند برآورد پارامترهای معادلات حالت پویا است) با داده‌های پراکنده و محدود ایران، می‌تواند به برآوردهای ناپایدار، غیرمنطقی یا با واریانس بسیار بالا منجر شود.

پیاده‌سازی و برآورد مدل نلسون-سیگل در نرم‌افزارهای متداول (مانند متلب) به مراتب ساده‌تر است و به الگوریتم‌های بهینه‌سازی پیچیده‌ای مانند فیلتر کالمن (که برای مدل‌های فضای-حالت پویا مانند دیبولد-لی ضروری است) نیاز ندارد.

لذا بنابه ویژگی‌های بالا، تحقیق حاضر با استفاده از این مدل منحنی بازده اوراق قرضه دولتی در ایران را مدلسازی و نرخ‌های بهره یک ساله تا پنج ساله را استخراج نموده و شکل منحنی بازده و حقایق آشکار شده ساختار زمانی نرخ‌های بهره را مورد بررسی قرار داده است.

در ادامه در بخش دوم روش‌های مدلسازی ساختار زمانی نرخ‌های بهره و همچنین مطالعات داخلی و خارجی در این زمینه مرور شده است. در بخش سوم مدل نلسون-سیگل تشریح و در بخش

چهارم داده های مورد استفاده در این تحقیق شرح داده شده است. پس از ارائه نتایج در بخش پنجم و بحث و بررسی آنها، در بخش ششم مطالب این مقاله نتیجه گیری شده است.

## ۲. ادبیات موضوع و پیشینه تحقیق

مدلسازی ساختار زمانی نرخ بهره یا منحنی بازده، یکی از حوزه های کلیدی در مالی و اقتصاد پولی است که نقش حیاتی در قیمت گذاری دارایی های مالی، مدیریت ریسک و سیاست گذاری پولی ایفا می کند. ادبیات این حوزه غنی و پویا بوده و شاهد یک مسیر تکاملی از مدل های نسبتاً ساده با اهداف برازش صرف، به سمت مدل های بسیار پیچیده تر که ملاحظات تئوریک عمیق تری را به کار می بندند، بوده است. این سیر تکاملی را می توان در چندین مکتب فکری اصلی و مراحل توسعه دنبال کرد.

### ۱- مدل های برازش صرف<sup>۱</sup>

این دسته از مدل ها، قدیمی ترین و مستقیم ترین رویکرد به مسئله هستند. هدف اصلی آنها ارائه یک تقریب ریاضی صاف و دقیق از منحنی بازده در یک مقطع زمانی خاص است، بدون اینکه لزوماً محدودیت های تئوریک شدیدی مانند شرط عدم آربیتراژ را در نظر بگیرند. این مدل ها بر چگونگی شکل منحنی و نه لزوماً بر چرایی آن متمرکزند.

الف) مدل نلسون-سیگل<sup>۲</sup>

چارلز نلسون و اندرو سیگل در سال ۱۹۸۷، با انتشار مقاله ای پیشگامانه، یک چارچوب پارامتریک برای برازش منحنی بازده ارائه کردند. هسته مرکزی مدل آنها، مدلسازی نرخ بهره آتی لحظه ای<sup>۳</sup> بود. آنها استدلال کردند که این نرخ را می توان به صورت ترکیبی از چند تابع پایه ساده که هر کدام نقش اقتصادی خاصی دارند، نمایش داد. فرمول آن به صورت ذیل می باشد:

$$f(\tau) = \beta_0 + \beta_1 e^{-\lambda\tau} + \beta_2 \lambda \tau e^{-\lambda\tau}$$

از آنجا که نرخ بازده تا سررسید<sup>۴</sup> به نوعی میانگین نرخ های آتی است، با انتگرال گیری از این رابطه، فرمول معروف نرخ بازده تا سررسید حاصل می شود.

مزیت عمده و انقلابی این مدل، تفسیرپذیری اقتصادی اجزای آن بود. پارامتر  $\beta_0$  نماینده سطح<sup>۵</sup> منحنی است که به نرخ بهره بلندمدت همگرا می شود و عموماً نشان دهنده انتظارات تورمی

1- Pure Fitting Models

2 Nelson & Siegel, 1987

3- instantaneous forward rate

4- yield to maturity

5- Level

بلندمدت است. پارامتر  $\beta_1$  نماینده شیب<sup>۱</sup> منحنی است؛ زمانی که منفی باشد، منحنی صعودی خواهد بود. پارامتر  $\beta_2$  مسئول ایجاد انحنای<sup>۲</sup> در سررسیدهای میانی است. پارامتر  $\lambda$  نیز یک پارامتر مقیاس‌دهنده است که نرخ زوال<sup>۳</sup> اجزای کوتاه‌مدت و میانی را کنترل می‌کند. این مدل با تنها چهار پارامتر، به دلیل صرفه‌جویی پارامتری از خطر بیش برآزش داده‌ها جلوگیری می‌کند و در عین حال به دلیل ساختارش، قادر به تولید اشکال مختلفی از منحنی بازده شامل صعودی، نزولی، تخت و کوهانی بود.

(ب) توسعه مدل: نلسون-سیگل-سونسون (Svensson, 1994)

لارس سونسون در سال ۱۹۹۴ با مشاهده اینکه در برخی موارد، منحنی بازده دارای بیش از یک نقطه عطف یا کوهان است، مدل نلسون-سیگل را توسعه داد. او با افزودن یک جزء نمایی دیگر به مدل اصلی، یک مدل شش پارامتری ایجاد کرد که انعطاف‌پذیری بسیار بیشتری داشت. این مدل توسعه‌یافته، که به مدل نلسون-سیگل-سونسون معروف شد، به ویژه در برآزش منحنی‌های بازده در اقتصادهای اروپایی که گاهی ساختارهای پیچیده‌تری داشتند، موفق عمل کرد. با این حال، این افزایش انعطاف، به بهای افزایش پیچیدگی و کاهش پایداری در برآورد پارامترها تمام شد.

## ۲- مدل‌های تعادل عمومی<sup>۴</sup>

در تقابلی جالب با رویکرد برآزش صرف، مکتب دیگری از مدل‌ها سعی کردند منحنی بازده را نه به عنوان یک موجودیت آماری، بلکه به عنوان نتیجه تعادل در یک سیستم اقتصادی بزرگ‌تر استنتاج کنند. این مدل‌های تعادل عمومی، با مدلسازی ترجیحات سرمایه‌گذاران، فناوری تولید و شرایط کلی اقتصاد، سعی در توضیح چرایی شکل‌گیری منحنی بازده داشتند.

مدل‌های پیشگامی مانند مدل واسایچک (۱۹۷۷) و کاکس-اینگرسول-راس (CIR, 1985) در این چارچوب قرار می‌گیرند. برای مثال، در مدل CIR، نرخ بهره کوتاه‌مدت از یک فرآیند تصادفی خاص (ریشه دوم میانگین بازگشت) تبعیت می‌کند و با حل معادله دیفرانسیل حاکم بر قیمت اوراق قرضه در یک اقتصاد تعادلی، منحنی بازده کامل استخراج می‌شود. اگرچه این مدل‌ها از زیبایی‌شناسی بالایی برخوردار بودند و بینش عمیقی در مورد رابطه بین ناطمینانی، ترجیحات و نرخ بهره ارائه می‌دادند، اما یک نقطه ضعف بزرگ داشتند: آن‌ها لزوماً منحنی بازده واقعی مشاهده‌شده در بازار

1- Slope

2- Curvature

3- decay

4- General Equilibrium Models

را در یک روز خاص به طور دقیق برآزش نمی‌کردند. این امر استفاده از آن‌ها را برای کاربردهای عملی مانند قیمت‌گذاری ابزارهای مشتقه با مشکل مواجه می‌ساخت.

### ۳- مدل‌های بدون آربیتراژ<sup>۱</sup>

ظهور این مکتب، که پاسخی به نقص مدل‌های تعادلی در برآزش بازار بود، انقلابی در حوزه مالی کمی ایجاد کرد. فلسفه اصلی مدل‌های بدون آربیتراژ این است: هر مدلی برای منحنی بازده باید به گونه‌ای ساخته شود که هیچ فرصت سود بدون ریسکی (آربیتراژ) در بازار ایجاد نکند. این شرط برای قیمت‌گذاری سازگار<sup>۲</sup> ابزارهای مشتقه کاملاً ضروری است.

الف) مدل‌های نرخ کوتاه‌مدت<sup>۳</sup>

این مدل‌ها، که توسعه‌یافته مدل‌های تعادلی اولیه بودند، نرخ بهره کوتاه‌مدت را به عنوان متغیر اساسی در نظر می‌گیرند. پیشرفت کلیدی با مدل هال-وایت (۱۹۹۰) حاصل شد. آن‌ها مدل واسایچک را با معرفی یک تابع زمانی<sup>۴</sup> گسترش دادند. این تابع زمانی به مدل اجازه می‌داد تا خود را به طور کامل با منحنی بازده امروز بازار تطبیق دهد. این ویژگی، که به برآزش کامل بازار<sup>۵</sup> معروف است، در عمل به این معنا بود که مدل می‌توانست شرط عدم آربیتراژ را برای اوراق پایه تضمین کند. این دسته از مدل‌ها به طور گسترده در قیمت‌گذاری مشتقات نرخ بهره مورد استفاده قرار گرفتند.

ب) مدل‌های آفین

دارون دافی و رابرت کان در سال ۱۹۹۶ با مقاله‌ای بسیار تاثیرگذار، چارچوبی عمومی و یکپارچه برای مدل‌های ساختار زمانی ارائه دادند که به مدل‌های آفین معروف شدند. ویژگی تعریف‌کننده این مدل‌ها آن است که نرخ بهره (کوتاه‌مدت) و لگاریتم قیمت اوراق قرضه، توابعی خطی<sup>۶</sup> از یک سری متغیر حالت<sup>۷</sup> هستند. این متغیرهای حالت می‌توانند عوامل پنهان<sup>۸</sup> باشند که از خود داده‌های بازار استخراج می‌شوند، یا می‌توانند متغیرهای کلان قابل مشاهده مانند تورم و تولید باشند.

مزیت بزرگ این چارچوب، توانایی آن در ترکیب زیبایی ریاضی، شرط عدم آربیتراژ ذاتی، و قابلیت برآزش مناسب با داده‌های بازار بود. توسعه بعدی مهم در این حوزه، کار دائمی و

- 
- 1- No-Arbitrage Models
  - 2- consistent
  - 3- Short-Rate Models
  - 4- time-dependent parameter
  - 5- Market Perfect Fit
  - 6- Affine
  - 7- State Variables
  - 8- Latent Factors

سینگلتون (۲۰۰۰) بود که به طبقه‌بندی سیستماتیک تمام مدل‌های آفین ممکن پرداخت و یک چارچوب برای آزمون تجربی آن‌ها ارائه داد. گام بعدی و بسیار مهم، ادغام اقتصاد کلان و مالی بود. آنگ و پیاززی (۲۰۰۳) نشان دادند که چگونه می‌توان متغیرهای کلان اقتصادی را مستقیماً به عنوان متغیرهای حالت در یک مدل آفین گنجانند. این کار، پلی بین دنیای مدل‌های مالی محض و مدل‌های اقتصاد کلان ایجاد کرد و نشان داد که عوامل حرکت‌دهنده منحنی بازده، تا حد زیادی همان متغیرهای کلان شناخته‌شده هستند.

#### ۴- ادغام مدل‌های آماری و بدون آربیتراژ: رویکرد پویا

در این مرحله، یک همگرایی جالب بین دو جریان فکری اول (مدل‌های آماری) و سوم (مدل‌های بدون آربیتراژ) رخ داد. این رویکرد سعی کرد مزایای هر دو جهان را ترکیب کند.

الف) مدل نلسون-سیگل پویا<sup>۱</sup>

فرانسیس دیبولد و کان لی در سال ۲۰۰۶، ایده‌ای نوآورانه را مطرح کردند: آن‌ها گفتند که سه عامل سطح، شیب و انحنا در مدل نلسون-سیگل، ثابت نیستند، بلکه در طول زمان به صورت پویا تغییر می‌کنند. آن‌ها این عوامل را به عنوان متغیرهای حالت یک سیستم پویا در نظر گرفتند و با استفاده از مدل‌های ساده سری زمانی (مانند  $AR(I)$ )، رفتار آن‌ها را مدلسازی کردند. این کار، مدل نلسون-سیگل را از یک مدل ایستا به یک مدل پویا تبدیل کرد که نه تنها برای برازش، بلکه برای پیش‌بینی منحنی بازده نیز بسیار قدرتمند بود. ساده‌سازی و تفسیرپذیری بالا، این مدل را به یک ابزار محبوب برای بانک‌های مرکزی و نهادهای مالی تبدیل کرد.

ب) مدل نلسون-سیگل بدون آربیتراژ<sup>۲</sup>

با این حال، مدل  $DNS$  یک نقص تئوریک داشت: آن را تحت شرایط عدم آربیتراژ ساخته نشده بود. این مشکل در سال ۲۰۱۱ توسط کریستنسن، دیبولد و رودبوش حل شد. آن‌ها نشان دادند که تحت یکسری شرایط خاص و با اعمال یک تصحیح تعدیل<sup>۳</sup> به مدل  $DNS$ ، می‌توان آن را به یک مدل آفین سه‌عاملی کاملاً بدون آربیتراژ نگاشت کرد. این مدل که  $AFNS$  نام گرفت، نقطه عطفی در ادبیات بود، زیرا تفسیرپذیری شهودی مدل نلسون-سیگل را با دقت قیمت‌گذاری مدل‌های بدون آربیتراژ ترکیب می‌کرد. این مدل، پاسخ نهایی به این سوال بود که آیا می‌توان مدلی داشت که هم تفسیرپذیر باشد، هم برای پیش‌بینی خوب باشد و هم برای قیمت‌گذاری مشتقات دقیق عمل کند. در ادامه مطالعات تجربی صورت گرفته در مدلسازی و استخراج منحنی بازده را بررسی می‌کنیم.

1 - Dynamic Nelson-Siegel - DNS

2- Arbitrage-Free Nelson-Siegel - AFNS

3- adjustment term

## ۲-۱. مطالعات داخلی

اقتصاد ایران با ریسک‌های سیاسی اقتصادی متعددی روبه‌رو می‌باشد و لذا این مسأله اهمیت مدلسازی و استخراج ساختار زمانی نرخ بهره در ایران را دوچندان می‌کند. از طرفی به دلیل محدودیت و نبود اطلاعات اوراق قرضه دولتی در ایران، مطالعات صورت گرفته در ایران عموماً از نرخ سود بهره سپرده بانکی (۳ ماهه، ۶ ماهه و یک ساله) جهت مدلسازی استفاده نموده‌اند و این در حالیست که منحنی بازده رابطه نرخ بهره اوراق قرضه و زمان تا سررسید آنها را نمایش می‌دهد (نرخ بهره بازاری)؛ علاوه بر این در برخی مقاطع نرخ‌های سود سپرده به صورت دستوری تعیین می‌گردند که این امر موجب فاصله بیشتر این مطالعات از مفهوم منحنی بازده شده است. جدول ۱ خلاصه‌ای از این مطالعات را گزارش می‌دهد.

جدول ۱: خلاصه مطالعات داخلی

پدیدآورندگان	جامعه آماری	روش تحقیق	نتایج
محمدی اقدم و همکاران (۱۴۰۴)	شهریور ۱۳۹۴ تا شهریور ۱۴۰۴ (۱۸۸ عنوان اوراق خزانه اسلامی)	DNS(2006) و یادگیری ماشینی	مدل خودرگرسیون برداری-گارچ برای پیش‌بینی عامل، مدل‌های یادگیری عمیق در پیش‌بینی عامل‌های شیب و انحنا، که نوسانات کوتاه‌مدت و میان‌مدت دارند، دقیق‌تر عمل کردند. بهترین ترکیب برای پیش‌بینی منحنی زمانی حاصل می‌شود که عامل سطح با مدل خودرگرسیون برداری-گارچ یا شبکه عصبی پیچشی - حافظه طولانی کوتاه مدت، عامل شیب با واحد بازگشتی دارای دروازه و عامل انحنا با خودرگرسیون برداری-گارچ یا الگوریتم مبتنی بر تقویت گرادینت پیش‌بینی شود.
کیان پور و همکاران (۱۴۰۲)	اسناد خزانه اسلامی ایران طی دوره زمانی ۱۳۷۳:۱-۱۳۹۵:۴	DSGE	با استفاده از مدل تعادل عمومی پویای تصادفی به بررسی رابطه بین متغیرهای کلان اقتصادی و منحنی بازده اسناد خزانه اسلامی ایران پرداخته است. نتایج آنان نشان می‌دهد که تأثیر اولیه تکنولوژی، پولی و نفتی بر شیب منحنی بازده اسناد خزانه اسلامی مثبت، تأثیر اولیه تکنانه تکنولوژی، مخارج دولت و فشار هزینه بر انحنا منحنی بازده اسناد خزانه اسلامی منفی و تأثیر اولیه تکنانه تکنولوژی، مخارج دولت و فشار هزینه بر سطح منحنی بازده اسناد خزانه اسلامی مثبت است.
رزاقی و همکاران (۱۴۰۲)	نرخ بهره بین بانکی ماهانه از فروردین‌ماه سال ۱۳۸۹ تا اسفندماه ۱۳۹۹ و میانگین نرخ ماهانه اوراق خزانه اسلامی از مهرماه سال ۱۳۹۴ تا اسفندماه ۱۳۹۹	ARIMA & ARFIMA	برای پیش‌بینی از دو مدل اقتصادسنجی شامل ARFIMA و ARIMA استفاده شده است. به طوریکه، مدل ARFIMA با در نظر گرفتن حافظه بلندمدت و مدل ARIMA بدون در نظر گرفتن حافظه بلندمدت مدنظر قرار گرفتند. ارزیابی میزان دقت پیش‌بینی دو مدل مذکور با استفاده از داده‌های ماهانه نرخ بهره بین بانکی و همچنین داده‌های ماهانه میانگین نرخ اوراق خزانه اسلامی نشان می‌دهد که در خصوص هر دو داده نرخ بهره بین بانکی و نرخ اوراق خزانه اسلامی، مدل ARIMA عملکرد بهتری در مقایسه با مدل ARFIMA در پیش‌بینی داده‌ها دارد.

کیان پور و همکاران (۱۳۹۹)	سود سپرده بانکی، ۳، ۶ و ۹ ماهه طی دوره زمانی ۱۳۹۵:۴-۱۳۷۳:۱	DSGE	با استفاده از یک مدل نئوکینزی و با استفاده از روش خودرگرسیون برداری به بررسی موضوع ساختار زمانی نرخ بهره پرداخته است. نتایج آنان نشان می دهد که تأثیر تکانه تورمی بر نرخ بهره سه ماهه، نرخ بهره شش ماهه و پاداش ریسک شش ماهه مثبت و معنادار و تأثیر تکانه تولید بر نرخ بهره یک ساله منفی و بی معنی می باشد. همچنین واکنش مقامات پولی نسبت به شکاف تولید سازگار با قاعده تیلور بوده در حالی که این واکنش نسبت به تورم انتظاری سازگار نیست.
رحیمی و هراتی (۱۳۹۹)	اطلاعات صورت مالی بانک های منتخب و نرخ های سپرده های بانکی ۱۳۸۸-۱۳۹۴	GMM	نتایج آنان نشان می دهد که متغیرهای اهرم مالی و نرخ رشد دارایی تأثیر منفی و معنی دار بر نرخ بازده دارایی و نرخ بازده حقوق صاحبان سهام و تأثیر مثبت بر خالص درآمد بهره ای دارد. متغیرهای نرخ رشد تولید ناخالص داخلی، نرخ بهره بین بانکی، شیب منحنی عایدی و شاخص تمرکز صنعت تأثیر مثبت و معنی دار بر نرخ بازده دارایی و نرخ بازده حقوق صاحبان سهام، و تأثیر منفی بر خالص درآمد بهره ای دارند. با این حال، تأثیر شاخص تمرکز صنعت بر نرخ بازده حقوق صاحبان سهام بی معنی است.
خزیمه و همکاران (۱۳۹۷)	اسناد خزانه اسلامی ایران طی دوره زمانی ۱۳۷۰:۱-۱۳۹۵:۴	DSGE	الگوی تعادل عمومی پویای تصادفی با شیوه بیزین را برای اقتصاد ایران تخمین زده است. نتایج آنان حاکی از آن است که شوک های عرضه اوراق بهادار، سیاست پولی و تقاضای پول عوامل اصلی پویایی ساختار زمانی در بلندمدت هستند. تحلیل پاسخ های آنی الگو نشان داد که علاوه بر شوک سیاست پولی، همچنین تغییرات برونزا در تقاضای پول و عرضه اوراق بهادار می تواند جابجایی ها در نرخ های بهره بلندمدت را توضیح دهد.

## ۲-۲. مطالعات خارجی

پس از ارائه مدل سه مولفه ای (سطح، شیب و انحنا) نلسون سیگل (۱۹۸۷) تاکنون مطالعات فراوانی در کشورهای مختلف جهت مدلسازی ساختار زمانی نرخ بهره و استخراج نرخ بهره اوراق قرضه با استفاده از مدل فوق صورت گرفته است؛ همچنین مطالعاتی اقدام به توسعه این مدل نموده اند. سونسون (۱۹۹۴)<sup>۱</sup> با ورود مولفه چهارم به مدل نلسون سیگل بیان می دارد نتایج مدل او برآزش بهتری از نمودار منحنی بازده ارائه می دهد. یکی دیگر از مهم ترین مطالعات توسعه ای دیبولد و لی (۲۰۰۶)<sup>۲</sup> می باشد؛ ایشان با ترکیب مدل نلسون سیگل و تکنیک های سری زمانی ضعف مدل نلسون سیگل در پیش بینی برون نمونه ای را جبران کرده اند. جدول ۲ خلاصه ای از برخی از این مطالعات را ارائه می کند.

جدول ۲: خلاصه برخی از مطالعات خارجی

پدیدآورندگان	جامعه آماری	روش تحقیق	نتایج
--------------	-------------	-----------	-------

1 - Svensson (1994)

2- Diebold & Li (2006)

<p>یک واحد) افزایش در انتظارات سررسید بدهی موزون موجب پر شیب‌تر شدن منحنی بازده آلمان (به میزان ۱.۴ درصد) می‌شود و افزایش (یک انحراف معیار) در انتظارات عرضه اوراق کوتاه‌مدت موجب کاهش فاصله بین بازدهی اوراق کوتاه‌مدت و نرخ بهره سپرده بانک مرکزی اروپا (به میزان ۱ تا ۱.۵ درصد) می‌شود.</p>	<p>رگرسیون خطی با استفاده از شاخص گرین وود و وایانوس (۲۰۱۴)</p>	<p>داده‌های اوراق قرضه دولت آلمان طی دوره ژانویه ۲۰۰۶ تا دسامبر ۲۰۱۷</p>	<p><b>بیلگو و همکاران (۲۰۲۵)</b></p>
<p>با تخمین عامل‌های سطح، شیب و انحنا مدل دیبولد و لی (۲۰۰۶) برای اوراق قرضه دولتی با پولی ملی و اوراق قرضه مشروط ارزی در کروواسی، دریافته‌اند که عامل سطح و فاکتور تعدیل در هر دو تقریباً یکی می‌باشد ولی در عامل شیب و انحنا (کوتاه‌مدت و میان‌مدت) تفاوت قابل توجهی دارند.</p>	<p>دیبولد و لی (۲۰۰۶)</p>	<p>داده‌های روزانه اوراق قرضه دولت کرواسی از آوریل ۲۰۰۶ تا دسامبر ۲۰۲۲</p>	<p><b>(۲۰۲۴)</b></p>
<p>مدل نلسون سیگل دارای برخی مشکلات تخمینی از جمله رفتار نامنظم پارامترهای تخمین زده شده در طول زمان و خطای استاندارد بزرگ در ضرایب تخمین‌زده شده که این مشکلات ناشی از چند خطی بودن بین فاکتورهای شیب و قوس در مدل است. با استفاده از رویکرد رگرسیون ستیغی (ridge) را پیشنهاد می‌کنند. آنها تخمین‌های جستجوی شبکه‌ای (grid estimates search)، تخمین‌های رگرسیون ستیغی (ridge) و تخمین‌های با پارامترهای شکلی ثابت را با یکدیگر مقایسه نموده‌اند. تجزیه و تحلیل درون نمونه نشان می‌دهد که جستجوی شبکه‌ای سری‌های زمانی نامنظم تخمین‌های پارامتر را تولید می‌کند که در برخی موارد با شهود اقتصادی همخوانی ندارد. رویکرد پارامترهای شکلی ثابت تخمین‌های پایدارتری را ارائه می‌دهند، اما انتخاب مقدار پارامتر شکل می‌تواند به طور قابل توجهی بر نتایج تأثیر بگذارد. رگرسیون ستیغی در مقایسه با جستجوی شبکه می‌تواند به طور قابل توجهی ناپایداری تخمین‌ها را کاهش دهد.</p>	<p>مدل نلسون سیگل خطی شده</p>	<p>داده‌های روزانه نرخ‌های بهره بین بانکی اروپایی و متوسط شاخص استقراض شبانه اروپایی (EONIA) از ژانویه ۱۹۹۹ تا مه ۲۰۹۹</p>	<p><b>آثار و همکاران (۲۰۲۲)</b></p>
<p>ساخت عامل تنزیل متغیر و لحاظ آن در مدل نلسون سیگل غیرخطی در مقایسه با مدل خطی با عامل تنزیل ثابت نتایج بهتری را داشته است. عامل تنزیل پس از سیاست سهل‌گیرانه کمی و کیفی پولی بانک مرکزی ژاپن به طور قابل توجهی شروع به کاهش کرده است و عامل سطح پس از اعلام سیاست نرخ بهره منفی به سرعت و به شدت سقوط نموده است.</p>	<p>مدل نلسون سیگل خطی و غیر خطی</p>	<p>داده‌های روزانه اوراق قرضه دولت ژاپن از آوریل ۱۹۸۹ تا دسامبر ۲۰۱۹</p>	<p><b>سکینه (۲۰۲۲)</b></p>
<p>روش مدلسازی و پیش‌بینی کاملاً مطابق مطالعه دیبولد و لی (۲۰۰۶) می‌باشد با این تفاوت که از ورژن پویایی مدل نلسون سیگل توسعه یافته استفاده شده است. ضمن تأیید توانمندی مدل نلسون سیگل در مدلسازی ساختار زمانی نرخ بهره برزیل، تأکید می‌گردد پیش‌بینی‌های آن با افزایش طول دوره پیش‌بینی بهبود می‌یابد.</p>	<p>مدل نلسون سیگل پویا</p>	<p>داده‌های روزانه بازار قرارداد آتی سپرده‌های بین بانکی برزیل از ژانویه ۲۰۰۶ تا دسامبر ۲۰۱۲</p>	<p><b>گالديرا و همکاران (۲۰۱۶)</b></p>
<p>مدل نیلسون سیگل با حداقل ۵ مشاهده در هر دوره به خوبی می‌تواند رفتار نرخ بهره را در بازار مالی توسعه نیافته کروواسی مدلسازی نماید.</p>	<p>استفاده از روش بوت استرپ (به دلیل کمبود داده) در نرم افزار متلب با استفاده از مدل نلسون سیگل</p>	<p>داده‌های (ماهانه) تاریخی پانزده ورق قرضه دولت کرواسی از سال آوریل ۲۰۰۶ تا ژوئن ۲۰۱۱</p>	<p><b>زوربسیس و بادورینا (۲۰۱۳)</b></p>

هلا دیکووا (۲۰۱۲)	داده های اوراق قرضه دولت جمهوری چک در تاریخ ۲۲ فوریه ۲۰۱۰	مدل نلسون سیگل (۳ عامله)	نتایج حاکی از موفقیت مدل نلسون سیگل ۳ عامله در مدلسازی ساختار زمانی نرخ بهره (منحنی بازده) در کشور جمهوری چک با بازار های مالی کمتر توسعه یافته می باشد.
کوپ من، مالی و ول (۲۰۱۰)	داده های مورد استفاده در دیپولد، رودپورش و آروبا (۲۰۰۶) - داده های اوراق قرضه دولتی آمریکا در بازه ۱۹۷۲- ۲۰۰۰	مدل پویای دیپولد و لی (۲۰۰۶)	جهت تحلیل ساختار زمانی نرخ بهره مدل نلسون-سیگل پویا را توسعه داده اند. در ابتدا جهت توسعه مدل نلسون سیگل فاکتور $\lambda$ مربوط به عوامل مشاهده نشده را در طول زمان متغیر در نظر می گیرند. سپس به بررسی ثابت یا متغیر بودن نوسانات نرخ بهره در دوره های زمانی مختلف می پردازند. نتایج آنها نشان می دهد که با ایجاد امکان تغییر برای عامل $\lambda$ و لحاظ نوسانات متغیر در طول زمان، برازش منحنی بازده نسبت به مدل ایستا بهبود می یابد.

### ۳. مدل نلسون - سیگل (NS)

نلسون- سیگل (۱۹۸۷)<sup>۱</sup> با توجه به ویژگی های نرخ های بهره اوراق قرضه بدون کوپن، مدلی را برای تخمین نرخ آتی ارائه نموده اند.

$$f(\tau) = \beta_0 + \beta_1 e^{-\lambda\tau} + \beta_2 \lambda \tau e^{-\lambda\tau} \quad (1)$$

و براساس رابطه بین نرخ بازده تا سررسید (آنارت و همکاران، ۲۰۲۲) و نرخ آتی (فرمول ۱) می توان نتیجه گرفت که:

$$y(\tau) = \beta_0 + \beta_1 \frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} + \beta_2 \left( \frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right) \quad (2)$$

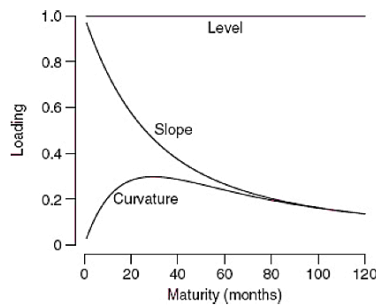
در واقع در این مدل، منحنی نرخ بازده تا سررسید از ترکیب سه منحنی نشان داده در شکل ۱ با اوزان مختلف  $(\beta_0, \beta_1, \beta_2)$ ، ساخته می شود. منحنی اول مقدار ثابت یک با ضریب  $\beta_0$  است که به آن سطح نیز گفته می شود. منحنی دوم،  $\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau}$ ، با ضریب  $\beta_1$  است که تنظیم کننده شیب منحنی بازده است و منحنی سوم،  $\left( \frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right)$ ، با ضریب  $\beta_2$  میزان انحنای منحنی بازده تنظیم می نماید.

براساس رابطه (۲) و نرخ بازده مرکب پیوسته<sup>۲</sup>، می توان قیمت تئوریک اوراق با زمان تا سررسید  $\tau$  را که با  $\hat{P}(\tau)$  را بر حسب پارامترهای  $\beta_0, \beta_1, \beta_2$  و  $\lambda$  بدست آورد:

۱- فرمول های فوق، خوانش معمول از مدل نلسون سیگل می باشد.

$$2- y(\tau) = - \frac{\ln P(\tau)}{\tau}$$

$$\hat{P}(\tau) = e^{-\tau \left( \beta_0 + \beta_1 \frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} + \beta_2 \left( \frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right) \right)} \quad (3)$$



شکل ۱- نمایش بخش های منحنی بازده (زوریسیس و بادورینا، ۲۰۱۳)

مدل نلسون-سیگل روابط بدیهی  $P(0) = 1$  و  $\lim_{\tau \rightarrow \infty} P(\tau) = 0$  را تأمین می‌نماید<sup>۱</sup>. بعلاوه در منحنی نلسون سیگل بدون کوپن رابطه  $\lim_{\tau \rightarrow 0} y(\tau) = f(0) = r$  برقرار است که در آن  $r$  نرخ آنی کوتاه‌مدت و برابر با  $\beta_0 + \beta_1$  است و همچنین رابطه  $\lim_{\tau \rightarrow \infty} y(\tau) = \beta_0$  نیز برقرار است. جهت تخمین پارامترهای مدل باید خطای بین قیمت تئوریک ( $\hat{P}$ ) و قیمت بازار ( $P$ ) را کمینه نمود:

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= \sum_{\tau=0}^H (P(\tau) - \hat{P}(\tau))^2 \\ &= \sum_{\tau=0}^H \left( P(\tau) - e^{-\tau \left( \beta_0 + \beta_1 \frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} + \beta_2 \left( \frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right) \right)} \right)^2 \quad (4) \end{aligned}$$

Subject to:

$$\begin{aligned} \beta_0 &\geq 0 \\ \beta_0 + \beta_1 &\geq 0 \end{aligned}$$

در فرمول بالا  $P(\tau)$  قیمت روز ورق قرضه در بازار و  $\hat{P}(\tau)$  قیمت تئوریک ورق قرضه می‌باشد؛ قیمت تئوریک اوراق قرضه با استفاده از فرمول ۳ (که براساس رابطه (۲) و نرخ بازده مرکب پیوسته

۱ - یعنی در سررسید قیمت بازاری ورق بهادار برابر ارزش اسمی است و اگر بی‌نهایت دوره تا سررسید مانده باشد قیمت بازاری نزدیک صفر است.

استخراج می‌شود) محاسبه شده است.  $\beta_0 \geq 0$  و  $\beta_0 + \beta_1 \geq 0$  قیود مثبت بودن نرخ‌های بهره کوتاه‌مدت آنی و در بلندمدت می‌باشند.

در مدل فوق، با توجه به اینکه خطای قیمت‌ها بدون وزندهی کمینه می‌گردد، اوراقی با زمان بازده تا سررسید طولانی‌تر عملاً بدلیل درجه حساسیت قیمتی بالاتر تأثیر بیشتر نیز روی تقریب می‌گذارند که منجر به دقت برآزش کمتر در بازه‌های کوتاه‌تر می‌گردد. بنابراین وزندهی خطاهای قیمتی به منظور حل این مشکل معرفی شده‌اند. یکی از روش‌های وزندهی، استفاده از معکوس دیرش<sup>۱</sup> به عنوان وزن است که توسط بلیس (۱۹۹۶)<sup>۲</sup> پیشنهاد شده است، با توجه به اینکه در این مطالعه، اوراق بدون کوپن مورد بررسی قرار گرفته است و دیرش این اوراق معادل زمان تا سررسید آنهاست از این رو، وزن هر ورق بر مبنای زمان تا سررسید آن به شکل زیر محاسبه می‌گردد:

$$\text{Min } Z = \sum_{\tau=0}^H \frac{(P(\tau) - \hat{P}(\tau))^2}{\tau} = \sum_{\tau=0}^H \frac{\left( P(\tau) - e^{-\tau \left( \beta_0 + \beta_1 \frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} + \beta_2 \left( \frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} e^{-\lambda\tau} \right) \right)} \right)^2}{\tau} \quad (5)$$

Subject to:

$$\begin{aligned} \beta_0 &\geq 0 \\ \beta_0 + \beta_1 &\geq 0 \end{aligned}$$

که در آن،  $\tau$  وزندهی خطاهای قیمتی با استفاده از معکوس دیرش می‌باشد (در این مطالعه، دیرش این اوراق معادل زمان تا سررسید آنهاست) و سایر اجزاء آن همچون فرمول ۴ می‌باشند. وزندهی براساس زمان تا سررسید موجب کاهش تأثیر اوراق با سررسید بلندمدت‌تر بر تقریب و در نهایت منجر به افزایش در دقت برآزش در بازه‌های کوتاه‌تر می‌گردد.

#### ۴. داده‌های مورد استفاده

جهت تخمین منحنی بازده از داده‌های اوراق (نماد) اخزا (اوراق دولتی بدون کوپن<sup>۳</sup>) از اسفند ۱۳۹۵ تا شهریور ۱۴۰۳ استفاده شده است.<sup>۴</sup> اسناد خزانه اسلامی-اخزا نوعی اوراق بهادار است که دولت برای تسویه بدهی‌های خود بابت طرح‌های تملک دارایی‌های سرمایه‌ای با قیمت اسمی و سررسید

1 - Duration

2 - Bliss (1996)

3- zero coupon

معین به طلبکاران غیردولتی واگذار می‌کند (اولین دوره انتشار: ۸ مهر ۱۳۹۴). به طور معمول اوراق قرضه دولتی با قیمتی کمتر از قیمت اسمی به خریداران فروخته و از نقدینگی حاصل از فروش، بدهی‌های دولت پرداخت می‌شود. در حقیقت، خریداران اخزا، از مابه‌التفاوت قیمت خرید و ارزش اسمی این اوراق، منتفع می‌گردند. اسناد خزانه اسلامی ابتدا توسط دولت در بازار اولیه جهت تأمین هزینه‌های جاری منتشر شده و سپس در بازار ثانویه خرید و فروش می‌شوند (کیان پور و همکاران، ۱۴۰۲).

اخزا مهمترین ابزار، جهت اعمال سیاست‌های پولی دولت است. نقدینگی این اوراق بسیار بالاست و دارندگان آن می‌توانند در فرابورس اقدام به فروش آن کنند. نرخ بهره اوراق خزانه (قرضه دولتی) بدون ریسک (ریسک نقدینگی و ریسک اعتباری) می‌باشند و به همین دلیل جهت مدلسازی ساختار زمانی نرخ بهره از این اوراق استفاده می‌شود.

به دلیل وجود پراکندگی در قیمت اوراق نزدیک به سررسید، از داده‌های مربوط به اوراق اخزا که کمتر از یک ماه به سررسید آنها باقی مانده است صرف نظر شده است. همچنین به دلیل عدم انتشار و خرید و فروش کثیر اوراق اخزا در شهریور ۱۳۹۶ (تنها اوراق اخزا ۱۰ و ۱۱ در بازار وجود داشته است و همچنین دارای سررسید کمتر از یک ماه بوده‌اند)، از محاسبه منحنی بازده در این دوره صرف نظر شده است. جدول ۳ خلاصه‌ای از شاخص‌های آماری (مرکزی و پراکندگی) قیمت پایانی این اوراق را نمایش می‌دهد.

جدول ۳: شاخص‌های آماری مربوط به قیمت پایانی اوراق مورد استفاده در تحقیق

بیشینه	کمیینه	متوسط	انحراف معیار	ضریب تغییرات	
۹۳۴,۲۰۰	۸۸۸,۰۰۲	۹۱۱,۰۳۷	۱۵,۱۸۹	۳٪	سفند ۱۳۹۵
۹۳۶,۹۹۹	۷۱۸,۱۰۲	۷۹۹,۰۱۲	۸۰,۶۵۴	۱۰٪	سفند ۱۳۹۶
۹۵۱,۸۰۰	۵۵۵,۶۰۰	۷۷۸,۵۹۴	۱۰۲,۲۲۳	۱۳٪	شهریور ۱۳۹۷
۹۸۰,۰۰۰	۶۱۱,۵۹۶	۸۱۵,۹۳۲	۱۰۵,۷۸۵	۱۳٪	سفند ۱۳۹۷
۹۹۲,۶۳۵	۶۴۳,۵۰۱	۸۳۵,۷۸۹	۱۲۳,۳۰۵	۱۵٪	شهریور ۱۳۹۸
۹۴۳,۴۴۳	۶۴۱,۰۰۰	۷۸۹,۵۷۸	۹۷,۲۶۳	۱۲٪	سفند ۱۳۹۸
۹۹۰,۰۰۰	۵۸۲,۲۰۰	۷۹۱,۱۹۳	۹۹,۳۵۶	۱۳٪	شهریور ۱۳۹۹
۹۵۷,۰۰۰	۵۸۹,۰۰۰	۸۲۱,۶۷۷	۱۱۳,۱۳۴	۱۴٪	سفند ۱۳۹۹
۹۷۳,۰۰۰	۴۹۶,۰۰۰	۷۲۶,۳۸۳	۱۴۱,۳۸۰	۱۹٪	شهریور ۱۴۰۰
۹۷۴,۹۷۰	۵۵۲,۴۹۹	۷۵۲,۴۳۰	۱۵۲,۲۴۹	۲۰٪	سفند ۱۴۰۰
۹۴۰,۳۳۰	۵۶۸,۷۵۰	۷۲۳,۱۱۹	۱۰۷,۳۱۷	۱۵٪	شهریور ۱۴۰۱
۹۷۱,۰۰۰	۵۵۴,۴۱۰	۷۲۳,۷۶۹	۱۱۵,۱۳۷	۱۶٪	سفند ۱۴۰۱
۹۷۶,۰۰۰	۵۹۱,۲۵۰	۷۱۹,۵۲۶	۹۹,۸۶۳	۱۴٪	شهریور ۱۴۰۲
۱,۰۰۰,۰۰۰	۴۵۸,۵۶۰	۷۵۳,۸۲۰	۱۳۸,۹۷۱	۱۸٪	سفند ۱۴۰۲
۹۹۱,۸۱۰	۵۲۳,۸۵۰	۶۸۵,۴۰۸	۱۴۷,۷۱۶	۲۲٪	شهریور ۱۴۰۳

منبع: یافته‌های تحقیق

مطابق جدول ۳، پراکندگی (انحراف معیار و نیز ضریب تغییرات) قیمت اوراق دارای روندی افزایشی می‌باشد؛ این امر می‌تواند به دلیل افزایش تنوع در ارائه انواع اوراق و با سررسیدهای مختلف (و لذا قیمت‌های پراکنده‌تر) باشد.

جهت استخراج پارامترها از نرم‌افزار متلب استفاده شده است؛ ابتدا با ایجاد ماتریس‌های مربوطه، ماتریس  $\tau$  (زمان تا سررسید هر ورق) و سپس (با استفاده از ماتریس قیمت  $P$ ) ماتریس  $Y$  بازده تا سررسید اوراق استخراج شده است ( $\tau$  و  $Y$  دو ماتریس ورودی برای انجام محاسبات). سپس محدودیت‌های تئوریک برای ماتریس پارامترها ( $\beta_0 \geq 0$  و  $\beta_0 + \beta_1 \geq 0$ ) و نیز تعیین کران بالا و پایین جهت جلوگیری از تخمین‌های غیرمنطقی و همچنین ماتریس مقادیر اولیه پارامترها (برای شروع فرایند بهینه‌یابی معادله ۵) تعیین شده‌اند. سپس پیکره‌بندی تنظیمات برازش پاسخ‌آنی<sup>۱</sup> در جعبه ابزار شناسایی سیستم<sup>۲</sup> در نرم‌افزار متلب، مطابق محدودیت‌های فوق، مقادیر اولیه و همچنین وزن اوراق (معکوس زمان تا سررسید) صورت گرفته است. با فراخوانی دو ماتریس ورودی و ماتریس تنظیمات در تابع تخمین مدل نیلسون سیگل در جعبه ابزار اقتصادسنجی نرم‌افزار متلب پارامترهای مربوطه استخراج شده‌اند. سپس براساس پارامترهای استخراج شده و معادله ۲ نرخ‌های بهره یک ساله تا پنج ساله استخراج شده است. جدول ۴ برخی از شاخص‌های آماری نرخ‌های فوق را نمایش می‌دهد.

## ۵. نتایج

### ۵-۱- تحلیل آماری نرخ‌های بهره با سررسیدهای مختلف

جدول ۴ که شاخص‌های آماری نرخ‌های بهره یکساله تا پنجساله را نمایش می‌دهد، حاوی اطلاعات فراتر از اعداد مطلق است. تحلیل نسبی این شاخص‌ها، حقایق مهمی را درباره ریسک، نااطمینانی و رفتار بازار بدهی ایران آشکار می‌سازد. میانگین نرخ بهره از ۲۱.۰٪ (یکساله) به صورت یکنواخت به ۲۲.۷٪ (پنجساله) افزایش می‌یابد. این روند صعودی، وجود یک ریسک سررسید مثبت و سیستماتیک را در اقتصاد ایران تأیید می‌کند. این یافته کاملاً با نظریه صرف نقدشوندگی سازگار است. براساس این نظریه، سرمایه‌گذاران برای پذیرش ریسک‌های نگهداری اوراق با سررسید طولانی‌تر (شامل ریسک نرخ بهره، ریسک تورم و ریسک نقدشوندگی) نیاز به پاداش اضافی دارند. بنابراین، بازار به طور متوسط برای قفل کردن سرمایه برای پنج سال، نسبت به یک سال، ۱۷۰ واحد پایه (۱.۷٪) پاداش بیشتر مطالبه کرده است. این صرف، پاداش پذیرش نااطمینانی درباره آینده است.

1- Impulse Response (IR) fitting

2- System Identification Toolbox

نمودار ۱ روند تاریخی هر یک از نرخ‌های بهره یک ساله تا پنج ساله را نمایش می‌دهد. انحراف معیار نرخ‌های بهره به طور پیوسته و قابل توجهی از ۲.۹ (یکساله) به ۵.۵ (پنج‌ساله) افزایش می‌یابد. این بدان معناست که نوسانات مطلق نرخ بهره پنج‌ساله تقریباً دو برابر نرخ بهره یکساله است. این الگو به طور مستقیم به مفهوم حساسیت قیمتی یا دیرش اوراق قرضه مربوط می‌شود. اوراق با سررسید بلندتر، دارای دیرش بالاتری هستند، به این معنی که قیمت آن‌ها حساسیت بیشتری به تغییرات در نرخ‌های بهره کلی بازار دارد. افزایش انحراف معیار نشان می‌دهد که ریسک نرخ بهره برای سررسیدهای بلندمدت به مراتب بالاتر است. یک شوک اقتصادی یا سیاسی یکسان (مثلاً یک تغییر در انتظارات تورمی)، نرخ بهره پنج‌ساله را با دامنه بسیار وسیع‌تری نسبت به نرخ یکساله نوسان می‌دهد. این امر، بازار بدهی بلندمدت ایران را به یک محیط پرنوسان و با عدم قطعیت بالا تبدیل کرده است.

جدول ۴: شاخص‌های آماری نرخ‌های بهره یک ساله تا پنج ساله

یک ساله	دو ساله	سه ساله	چهار ساله	پنج ساله	
۲۷.۲	۲۷.۶	۳۰.۲	۳۲.۸	۳۵.۴	بیشینه
۱۶.۷	۱۷.۲	۱۷.۱	۱۵.۷	۱۴.۲	کمینه
۲۱.۰	۲۱.۴	۲۱.۸	۲۲.۲	۲۲.۷	متوسط
۲.۹	۳.۱	۳.۶	۴.۴	۵.۵	انحراف معیار
۱۳.۸	۱۴.۵	۱۶.۶	۱۹.۹	۲۴.۰	ضریب تغییرات

منبع: یافته‌های تحقیق

ضریب تغییرات که معیار ریسک نسبی است، از ۱۳.۸٪ (یکساله) به ۲۴.۰٪ (پنج‌ساله) افزایش می‌یابد. این مهم‌ترین شاخص برای تحلیل مقایسه‌ای است. در حالی که انحراف معیار، نوسان مطلق را نشان می‌دهد، ضریب تغییرات، نوسان را نسبت به سطح متوسط نرخ بهره اندازه‌گیری می‌کند. افزایش ضریب تغییرات به این معنی است که نه تنها نوسانات مطلق بالاتر رفته، بلکه عدم قطعیت ذاتی در افق‌های زمانی دورتر به طور نسبی نیز بسیار بیشتر است. سرمایه‌گذاران در افق پنج‌ساله با مخروط نااطمینانی<sup>۱</sup> بسیار گسترده‌تری مواجه هستند.

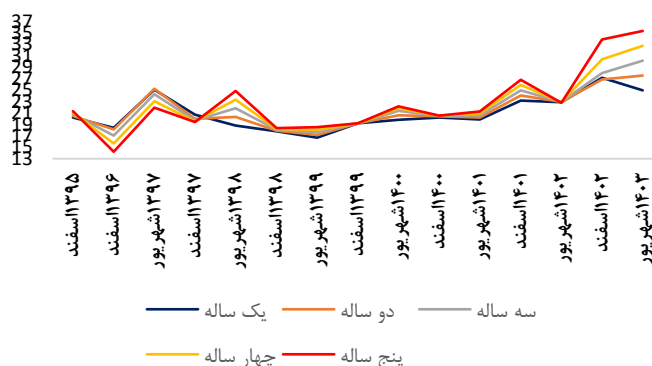
دامنه تغییرات (بیشینه - کمینه) برای نرخ یکساله ۱۰.۵ واحد درصد و برای نرخ پنج‌ساله ۲۱.۲ واحد درصد است. این نشان می‌دهد نرخ پنج‌ساله در دوره مورد مطالعه، تقریباً دو برابر نرخ یکساله نوسان داشته است. این یافته نیز مجدداً بر ویژگی بی‌ثباتی بیشتر بازار بلندمدت صحنه می‌گذارد. سرمایه‌گذاری که در اوراق پنج‌ساله سرمایه‌گذاری کرده‌اند، خود را در معرض طیف وسیعی از

1- Cone of Uncertainty

نرخ‌های بازدهی (از ۱۴.۲٪ تا ۳۵.۴٪) دیده‌اند که این امر، نیاز به مدیریت فعال پرتفوی و پوشش ریسک را برای این دسته از دارایی‌ها نشان می‌دهد.

## ۲-۵- بررسی شکل منحنی بازده (نرخ‌های بهره سررسیدها) در مقاطع مختلف

نمودار ۱ که روند تاریخی نرخ‌های بهره یکساله تا پنجساله را به تصویر می‌کشد، تنها یک نمایش گرافیکی از اعداد نیست، بلکه تاریخچه تصویری از واکنش بازار بدهی ایران به شوک‌های اقتصادی-سیاسی مختلف در بازه مورد مطالعه است.



نمودار ۱: روند نرخ‌های بهره یک ساله تا پنج ساله (درصد)

نمودار بالا را می‌توان در سه دوره مورد بررسی قرار داد:

### ۱- دوره رکود و منحنی بازده نزولی (اسفند ۱۳۹۵ تا اسفند ۱۳۹۷)

در این بازه، تمامی روندهای نزولی را تجربه می‌کنند. نکته حائز اهمیت این است که نرخ‌های کوتاه‌مدت (مثلاً یکساله) در بالاتر از نرخ‌های بلندمدت (پنجساله) قرار دارند، که منجر به شکل‌گیری یک منحنی بازده معکوس<sup>۱</sup> شده است.

این دوره مصادف با اعمال سیاست سقف نرخ سود توسط بانک مرکزی در شهریور ۱۳۹۶ است. این سیاست، نرخ‌های کوتاه‌مدت را به صورت دستوری و بالاتر از سطح تعادلی خود نگه داشت. همزمان، خروج ایالات متحده از توافق برجام در اردیبهشت ۱۳۹۷، انتظارات از رکود اقتصادی شدید و کاهش تورم آتی را تقویت کرد. مطابق نظریه انتظارات، زمانی که بازار انتظار کاهش نرخ‌های بهره آتی (ناشی از رکود) را دارد، نرخ‌های بلندمدت کاهش یافته و حتی از نرخ‌های کوتاه‌مدت نیز پایین‌تر می‌آیند.

1- Inverted Yield Curve

ترکیب یک نرخ کوتاه‌مدت دستوری بالا و انتظارات رکودی، الگوی کلاسیک یک منحنی معکوس را ایجاد کرد که در ادبیات جهانی به عنوان یک پیش‌بین قوی رکود اقتصادی شناخته می‌شود. نمودار ۱ به وضوح نشان می‌دهد که این پدیده در اقتصاد ایران نیز مصداق داشته است.

### ۲- دوره گذار و چرخش به سمت منحنی صعودی (۱۳۹۸ تا ۱۳۹۹)

از حدود سال ۱۳۹۸، شاهد یک چرخش در منحنی هستیم. به این صورت که نرخ‌های بلندمدت شروع به افزایش کرده و از نرخ‌های کوتاه‌مدت پیشی می‌گیرند و منحنی به شکل صعودی درمی‌آید. تشدید تحریم‌ها و افزایش نرخ ارز، انتظارات تورمی را به شدت دچار شوک کرد. بازار دریافت که رکود قبلی ممکن است با تورم بالا همراه شود (رکود تورمی). مطابق نظریه صرف نقدشوندگی، سرمایه‌گذاران برای پذیرش ریسک نگهداری اوراق بلندمدت در یک محیط پرتورم، صرف ریسک تورم<sup>۲</sup> بسیار بالاتری مطالبه کردند. این امر باعث شد نرخ‌های بلندمدت با شیب تندی افزایش یابند. احتمالاً بانک مرکزی در این دوره نرخ‌های سیاستی خود را با ثبات بیشتری مدیریت کرد، که باعث شد نرخ‌های کوتاه‌مدت نوسان کمتری نسبت به نرخ‌های بلندمدت داشته باشند.

### ۳- دوره نااطمینانی شدید و فراز و نشیب‌های منحنی (۱۴۰۰ به بعد)

در این دوره، منحنی بازده حالت پویا و متغیری به خود می‌گیرد. ما شاهد دوره‌هایی از منحنی‌های تخت (اسفند ۱۳۹۹ و ۱۴۰۰)، صعودی شدید (اسفند ۱۴۰۱ و ۱۴۰۲) و در نهایت، یک صعود بسیار تند در شهریور ۱۴۰۳ هستیم. در شهریور ۱۴۰۳، فاصله بین نرخ یکساله و پنجساله به بیشترین حد خود در کل دوره می‌رسد.

منحنی تخت نشان‌دهنده بلا تکلیفی بازار است. در این حالت، بازار در تعیین جهت آتی اقتصاد (رکود یا تورم) دچار تردید است و در نتیجه، تفاوت چندانی بین پاداش سررسید کوتاه و بلند قائل نمی‌شود. و منحنی صعودی شدید نشان از تشدید انتظارات تورمی و نااطمینانی کلان دارد. افزایش کسری بودجه، فشارهای تورمی و بی‌ثباتی سیاسی، همگی باعث می‌شوند سرمایه‌گذاران برای سررسیدهای بلندمدت، صرف ریسک بسیار بالایی درخواست کنند.

شهریور ۱۴۰۳ (اوج صعود) را می‌توان به طور مستقیم به شهادت رئیس‌جمهور و ایجاد یک شوک نااطمینانی سیاسی شدید نسبت داد. در چنین شرایطی، سرمایه‌گذاران به شدت نسبت به آینده بدبین شده و برای سرمایه‌گذاری بلندمدت، صرف ریسک سررسید بسیار بالا (شکاف ۱۰.۴ درصدی) مطالبه می‌کنند. این پدیده را پرواز به سمت کیفیت در افق کوتاه‌مدت<sup>۳</sup> نیز می‌توان تفسیر

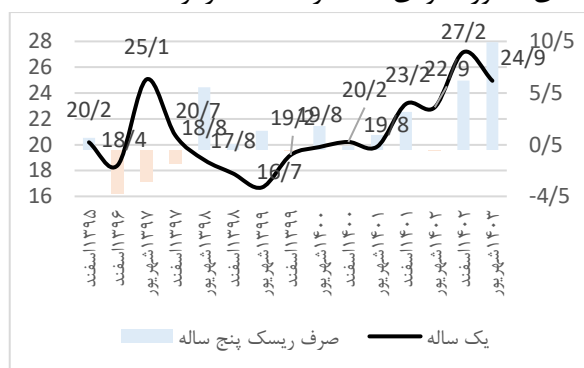
1- Steepening

2- Inflation Premium

3- Flight to Quality at Short End

کرد، به این معنا که سرمایه‌گذاران ترجیح می‌دهند سرمایه خود را در ابزارهای کوتاه‌مدت قفل کنند مگر اینکه پاداش بسیار گزافی برای بلندمدت دریافت کنند.

نمودار ۱ به وضوح نشان می‌دهد که منحنی بازده ایران یک شاخص پویا و حساس است که به شکل مؤثری انتظارات بازار از شوک‌های سیاستی (مانند سقف نرخ سود)، شوک‌های خارجی (مانند تحریم و خروج از برجام) و شوک‌های داخلی (مانند بی‌ثباتی سیاسی) را جذب و منعکس می‌کند. این تحلیل تصویری، قدرت مدل نیلسون-سیگل را در ثبت داستان اقتصادی ایران طی هفت سال گذشته نشان می‌دهد و تأیید می‌کند که منحنی بازده می‌تواند به عنوان یک ابزار تحلیلی قوی برای سیاست‌گذاران و فعالان بازار در ایران مورد استفاده قرار گیرد. با هدف مقایسه شرایط اقتصاد ایران در کوتاه مدت و بلند مدت نمودار ۲ بر روند نرخ بهره یکساله (نمودار خطی-محور عمودی سمت چپ) و صرف ریسک پنج ساله (نمودار میله ای-محور عمودی سمت راست) متمرکز شده است.



نمودار ۲: نرخ بهره یک ساله و صرف ریسک پنج ساله (درصد)

### ۳-۵- آزمون حقایق آشکار شده منحنی بازده در اقتصاد ایران

در ادامه با توجه به یافته‌های بالا، حقایق آشکار شده منحنی بازده را مورد بررسی قرار گرفته است.

#### الف- وجود هم حرکتی بین نرخ‌های بهره با سررسیدهای مختلف

جهت بررسی وجود هم خطی بین نرخ‌های بهره با سررسیدهای مختلف از آزمون ضرایب همبستگی پیرسون استفاده شده است؛ فرضیه‌های این آزمون به صورت زیر می‌باشد و نتایج آن در جدول ۵ ارائه شده‌اند:

- فرض صفر  $\rho = 0$  ( $H_0$ ): (بین دو نرخ بهره همبستگی خطی وجود ندارد)

- فرض مقابل  $\rho \neq 0$  ( $H_1$ ): (بین دو نرخ بهره همبستگی خطی وجود دارد)

نتایج جدول ۵ حاکی از آن است که:

## ۱- همبستگی مثبت و معنی‌دار در تمام جفت نرخ‌ها

- تمامی ضرایب همبستگی دارای علامت مثبت و در سطح اطمینان ۹۹.۹٪ ( $p < 0.001$ ) معنی‌دار هستند.

- این یافته، اولین حقیقت آشکار شده در مورد منحنی بازده - یعنی هم‌حرکتی نرخ‌های بهره با سررسیدهای مختلف - را به طور تجربی برای اقتصاد ایران تأیید می‌کند.

## ۲- الگوی کاهشی همبستگی با افزایش فاصله سررسید

- بیشترین ضریب همبستگی (۰.۹۹۲) بین نرخ ۴ ساله و ۵ ساله مشاهده می‌شود.

- کمترین ضریب همبستگی (۰.۷۸۵) بین نرخ ۱ ساله و ۵ ساله مشاهده می‌شود.

- این الگو نشان می‌دهد که نرخ‌های بهره با فاصله سررسیدی نزدیک‌تر، هم‌حرکتی بیشتری با یکدیگر دارند.

جدول ۵: نتایج (مقدار آماره و احتمال) ضریب همبستگی پیروسون نرخ‌های بهره یک ساله تا پنج ساله

سررسید	۱ ساله	۲ ساله	۳ ساله	۴ ساله	۵ ساله
سررسید ۱ ساله	۱				
سررسید ۲ ساله	۰,۹۶۸ ( $t=۲۱,۳۴$ , $p=۰,۰۰۰۰۰۱$ )	۱			
سررسید ۳ ساله	۰,۹۰۲ ( $t=۱۰,۲۵$ , $p=۰,۰۰۰۰۱۲$ )	۰,۹۷۵ ( $t=۲۴,۵۶$ , $p=۰,۰۰۰۰۰۰$ )	۱		
سررسید ۴ ساله	۰,۸۳۵ ( $t=۶,۷۸$ , $p=۰,۰۰۰۰۸۹$ )	۰,۹۲۶ ( $t=۱۵,۳۴$ , $p=۰,۰۰۰۰۰۳$ )	۰,۹۸۵ ( $t=۳۲,۴۵$ , $p=۰,۰۰۰۰۰۰$ )	۱	
سررسید ۵ ساله	۰,۷۸۵ ( $t=۵,۴۵$ , $p=۰,۰۰۰۱۲۳$ )	۰,۸۷۸ ( $t=۱۱,۲۳$ , $p=۰,۰۰۰۰۰۷$ )	۰,۹۵۶ ( $t=۲۰,۱۲$ , $p=۰,۰۰۰۰۰۱$ )	۰,۹۹۲ ( $t=۴۵,۶۷$ , $p=۰,۰۰۰۰۰۰$ )	۱

منبع: یافته‌های تحقیق

## ۳- سلسله مراتب همبستگی

- همبستگی کاهشی نرخ ۱ ساله با سایر نرخ‌ها: (۰.۷۸۵ ← ۰.۸۳۵ ← ۰.۹۰۲ ← ۰.۹۶۸)

- این کاهش تدریجی نشان می‌دهد که عوامل مؤثر بر نرخ‌های کوتاه‌مدت و بلندمدت تا حدی متفاوت هستند:

نرخ‌های کوتاه‌مدت بیشتر تحت تأثیر سیاست‌های پولی و نقدینگی  
نرخ‌های بلندمدت بیشتر متأثر از انتظارات تورمی و ریسک‌های ساختاری  
۴- پشتیبانی از نظریه انتظارات

- الگوی همبستگی قوی مشاهده شده کاملاً با نظریه انتظارات سازگار است.  
- مطابق این نظریه، نرخ‌های بلندمدت تابعی از نرخ‌های کوتاه‌مدت مورد انتظار هستند، بنابراین هر عامل تأثیرگذار بر انتظارات بازار، به صورت سیستماتیک بر تمام بخش‌های منحنی بازده تأثیر می‌گذارد.

#### ۵- دامنه همبستگی‌ها و ثبات ساختاری

- دامنه ضریب همبستگی از ۰.۷۸۵ تا ۰.۹۹۲ نشان می‌دهد که اگرچه تمام نرخ‌ها با هم حرکت می‌کنند، اما درجه این هم‌حرکتی کامل نیست.  
- این امر می‌تواند نشان‌دهنده وجود برخی نارسایی‌های بازار یا تأثیر متفاوت شوک‌های کوتاه‌مدت و بلندمدت در اقتصاد ایران باشد.

ب- وجود رابطه معکوس بین سطح نرخ کوتاه‌مدت و شیب منحنی - یعنی زمانی که نرخ‌های کوتاه‌مدت در سطوح بسیار پایینی هستند، منحنی بازده تمایل به شیب صعودی تند دارد و بالعکس.

جدول ۶: نتایج برآورد رابطه شیب منحنی بازده و نرخ بهره یک ساله (کوتاه مدت)

متغیر	ضریب	انحراف معیار	آماره	احتمال
عرض از مبدا	-8.45632	3.214567	-2.63062	0.0198
نرخ بهره یک ساله	0.523678	0.145678	3.594789	0.0028

براساس نتایج (رفتار نرخ‌های بهره) این تحقیق و مطالعات صورت گرفته بر روی بازارهای اقتصادی ایران، به نظر می‌رسد الگوی غیرمعمول رابطه مثبت بین نرخ بهره کوتاه‌مدت و شیب منحنی بازده در اقتصاد ایران، ریشه در ترکیب خاصی از عدم قطعیت سیاسی، ساختارهای شکست خورده بازار، و شوک‌های خارجی دارد.

در اقتصادهای پایدار، زمانی که نرخ بهره کوتاه‌مدت افزایش می‌یابد، بازار این سیگنال را دریافت می‌کند که بانک مرکزی در حال مبارزه با تورم است و در نتیجه، انتظار تورم آتی کاهش یافته و منحنی بازده تمایل به تخت شدن یا معکوس شدن پیدا می‌کند. با این حال، در اقتصاد ایران، این مکانیسم استاندارد به دلایل ساختاری مختلفی (حداقل در دوره مورد مطالعه) می‌تواند مختل شده باشد.

از جمله، افزایش نااطمینانی کلان و صرف ریسک سررسید: هر گونه افزایش در نرخ‌های کوتاه‌مدت در ایران، چه به صورت دستوری و چه در پاسخ به فشارهای تورمی، عموماً نه به عنوان یک ابزار کنترل تورم، بلکه به عنوان علامتی از تشدید عدم تعادل‌های اقتصادی توسط فعالان بازار تفسیر می‌شود. این افزایش نرخ، انتظارات سرمایه‌گذاران را نسبت به آینده مبهم‌تر و پرریسک‌تر می‌کند. در چنین شرایطی، برای قبول تعهد بلندمدت، صرف ریسک بسیار بالاتری مطالبه می‌شود. تنش‌های ژئوپلیتیک و بی‌ثباتی سیاسی، نه تنها قیمت لحظه‌ای، بلکه ریسک ذاتی معاملات آتی و بلندمدت را به شدت افزایش داده است. بنابراین، افزایش نرخ کوتاه‌مدت از طریق افزایش این صرف ریسک، به شیب‌دارتر شدن منحنی بازده می‌انجامد.

در ایران، نرخ‌های بهره اغلب به صورت دستوری تعیین می‌شوند و ارتباط خود را با شرایط واقعی اقتصاد از دست داده‌اند. یک افزایش دستوری در نرخ‌های کوتاه‌مدت ممکن است صرفاً بازتاب دهنده تصمیمی اداری برای جذب نقدینگی یا کنترل کسری بودجه باشد، نه یک سیاست چرخه‌ای هدفمند. از آنجا که بازار این افزایش را پایدار و برآمده از عوامل بنیادین اقتصادی نمی‌داند، انتظار دارد که در بلندمدت، فشارهای تورمی و کسری بودجه خود را تحمیل کنند و لذا نرخ‌های بلندمدت را با سرعت بیشتری بالا می‌برد.

در نتیجه، رابطه مثبت مشاهده شده بین نرخ کوتاه‌مدت و شیب منحنی بازده در ایران، یک ناهنجاری ساختاری است که ریشه در بی‌ثباتی مزمن، فقدان اعتماد به سیاست‌گذاری و شوک‌های پیاپی بیرونی دارد. در این اقتصاد، سیگنال‌های قیمتی نقش خود را به عنوان انتقال‌دهنده‌های کارای اطلاعات از دست داده و در عوض، به نشانه‌ای از تشدید ریسک و نااطمینانی تبدیل شده‌اند. تا زمانی که این بنیان‌های اقتصادی ترمیم نشوند، انتظار نمی‌رود الگوی منحنی بازده ایران از الگوهای شناخته شده جهانی تبعیت کند.

ج- شیب صعودی معمول منحنی بازده - در حالت عادی و در اکثر اوقات، منحنی بازده یک شیب ملایم صعودی دارد.

به طور بسیار ساده، جهت بررسی حقیقت آشکار شده فوق می‌توان سهم دوره‌هایی که منحنی بازده دارای شیب مثبت بوده است را از کل دوره مورد بررسی محاسبه نمود. در دوره مورد بررسی سهم مقطعی که منحنی بازده دارای شیب مثبت بوده است ۶۷٪ می‌باشد. این عدد اثبات این ادعاست که در اکثر اوقات، منحنی بازده یک شیب ملایم صعودی دارد. لیکن جدول ۷ نتایج بررسی آزمون تفاوت معنادار میانگین شیب منحنی‌های بازده مقاطع مختلف از صفر را نمایش می‌دهد.

جدول ۷: نتایج آزمون تفاوت معنادار میانگین شیب منحنی‌های بازده از صفر

مقدار میانگین	مقدار احتمال
---------------	--------------

۰.۰۹۹۷	۱.۷۶۲۹۵۱
--------	----------

مطابق جدول ۷، متوسط شیب منحنی های بازده مقدار ۱.۷ بوده و به طور معناداری (در سطح ۱۰٪) از صفر بزرگتر است.

## ۶. نتیجه گیری

### ۶-۱- خلاصه یافته های کلیدی و تحلیل آماری

این پژوهش با به کارگیری مدل نلسون-سیگل و داده های بازار محور اوراق اخزا، موفق به استخراج منحنی بازده اقتصاد ایران در بازه زمانی ۱۳۹۵-۱۴۰۳ شد. یافته های کمی پژوهش نشان می دهد که ساختار زمانی نرخ بهره ایران از الگوهای پیچیده اما قابل تحلیل تبعیت می کند. تحلیل های آماری، وجود هم حرکتی قوی بین نرخ های بهره با سررسیدهای مختلف را تأیید می کند، به طوری که ضرایب همبستگی محاسبه شده در تمامی موارد از ۰.۷۸ فراتر رفته و از نظر آماری در سطح اطمینان ۹۹٪ معنی دار هستند. این پژوهش همچنین تغییر پذیری قابل توجه شیب منحنی بازده را در محدوده ۱.۷ تا ۱۰.۵ درصد ثبت کرده است که نشان از پویایی بالای این شاخص در واکنش به تحولات اقتصادی دارد. یکی از بارزترین یافته ها، افزایش چشمگیر صرف ریسک سررسید در دوره های شوک است که در شهریور ۱۴۰۳ به مقدار بیشینه خود یعنی ۱۰.۴ درصد رسید و حساسیت این متغیر به نااطمینانی سیاسی را به وضوح نشان می دهد.

### ۶-۲- تفسیر و معنای اقتصادی یافته ها

تغییرپذیری شکل منحنی بازده در واکنش به شوک های مختلف، حاکی از کارایی اطلاعاتی نسبی بازار بدهی ایران است، اگرچه این کارایی در مقایسه با بازارهای توسعه یافته محدودیت های خاص خود را دارد. شناسایی رابطه مثبت و معنی دار بین نرخ کوتاه مدت و شیب منحنی - بر خلاف الگوهای متعارف بین المللی - نه تنها نظریه های مالی را نقض نمی کند، بلکه نشان دهنده غالب بودن ریسک سیاستی و نااطمینانی کلان بر انتظارات تورمی استاندارد در اقتصاد ایران است. در حقیقت، در اقتصاد ایران افزایش نرخ های کوتاه مدت نه به عنوان ابزار کنترل تورم، بلکه به عنوان نشانه ای از تشدید عدم تعادلها تفسیر می شود. افزایش مستمر صرف ریسک در سررسیدهای بلندمدت، هزینه سرمایه را برای هر دو بخش خصوصی و دولت به شدت افزایش داده و اثری فزاینده بر رکود اقتصادی دارد.

### ۶-۳- کاربردهای عینی، سیاستی و راهبردی

نتایج این تحقیق دارای دلالت های عینی و مستقیم برای ذی نفعان مختلف است:  
 - کاربرد برای نظام بانکی: شکل منحنی بازده می تواند به عنوان یک سیستم هشدار زودهنگام عمل کند. برای مثال، منحنی نزولی در سال های ۱۳۹۶-۱۳۹۷ می بایست به عنوان علامت افزایش ریسک

نکول تسهیلات در آینده نزدیک تفسیر شده و بانکها را ملزم به تجدیدنظر در سیاست اعطای تسهیلات بلندمدت و تقویت ذخایر مطالبات مشکوک‌الوصول می‌کرد. همچنین، شیب صعودی تند منحنی در دوره‌هایی مانند ۱۴۰۳، ضرورت مدیریت فعال شکاف سررسید دارایی‌ها و بدهی‌ها را برای جلوگیری از زیان ناشی از افزایش نرخ بهره به بانکها هشدار می‌دهد.

- کاربرد برای سرمایه‌گذاران و تحلیلگران بازار سرمایه: سرمایه‌گذاران می‌توانند از منحنی بازده به عنوان یک ابزار پیش‌بینی چرخه‌های اقتصادی استفاده کنند. برای نمونه، صعودی شدن تند منحنی در شهریور ۱۴۰۳ با صرف ریسک ۱۰.۴٪، به وضوح نشان می‌داد که بازار بازدهی مورد انتظار بسیار بالایی برای جبران ریسک سرمایه‌گذاری بلندمدت طلب می‌کند. این سیگنال می‌توانست سرمایه‌گذاران را به تنوع‌بخشی پرتفوی به سمت دارایی‌های کوتاه‌مدت یا صنایع غیرحساس به چرخه اقتصادی سوق دهد. همچنین، سرمایه‌گذاران نهادی می‌توانند با تحلیل صرف ریسک سررسید، هزینه فرصت سرمایه‌گذاری در سررسیدهای مختلف را دقیق‌تر محاسبه کنند.

- کاربرد برای سیاست‌گذاران و بانک مرکزی: برای بانک مرکزی، منحنی بازده می‌تواند یک شاخص پیش‌نگر قدرتمند برای ارزیابی تأثیرگذاری سیاست‌ها و سنجش انتظارات تورمی باشد. نتایج این تحقیق به صراحت نشان می‌دهد که تثبیت محیط کلان اقتصادی و ارتقای شفافیت سیاست‌گذاری پیش‌نیاز اصلی برای کاهش صرف ریسک بلندمدت و در نتیجه، کاهش هزینه تأمین مالی دولت و بخش خصوصی است. همچنین، ایجاد ثبات در محیط سیاسی-اقتصادی می‌تواند به طور غیرمستقیم و از طریق کانال کاهش صرف ریسک بلندمدت، به خروج اقتصاد از رکود کمک شایانی کند.

#### ۴-۶- پیشنهادهایی برای پژوهش‌های آینده

- راستای تکمیل و تعمیق این پژوهش، انجام مطالعات آتی در سه محور زیر پیشنهاد می‌شود:
- تلفیق منحنی بازده با مدل‌های کلان-مالی: توسعه یک مدل پویا که بتواند تعامل متغیرهای کلان (مانند تورم و تولید) را با عوامل نهان منحنی بازده (سطح، شیب و انحنای) شبیه‌سازی کند.
- بررسی اثرپذیری بخش‌های مختلف اقتصاد از منحنی بازده: واکاوی این مسئله که چگونه تغییرات در شکل منحنی بازده، سرمایه‌گذاری و عملکرد بخش‌های مختلف اقتصادی (مانند مسکن، خودرو و صنایع بزرگ) را تحت تأثیر قرار می‌دهد.
- مطالعه تطبیقی با سایر اقتصادهای در حال توسعه: مقایسه رفتار و الگوهای منحنی بازده ایران با کشورهای هم‌مرده برای شناسایی بهتر نقاط قوت و ضعف ساختاری.

#### References

Ang, A., & Piazzesi, M. (2003). A no-arbitrage vector autoregression of term structure dynamics with macroeconomic and latent variables. \*Journal of

- Monetary Economics, 50\*(4), 745–787. [https://doi.org/10.1016/S0304-3932\(03\)00032-1](https://doi.org/10.1016/S0304-3932(03)00032-1)
- Billio, M., Busetto, F., Dufour, A., & Varotto, S. (2025). Bond supply expectations and the term structure of interest rates. *Journal of International Money and Finance*, 150, 103217. <https://doi.org/10.1016/j.jimonfin.2024.103217>.
- Bliss, R. R. (1996). Testing term structure estimation methods. *Advances in Futures and Options Research*, 9, 197–231. <https://ssrn.com/abstract=2506850>
- Byrne, J. P., Cao, S., & Korobilis, D. (2017). Forecasting the term structure of government bond yields in unstable environments. *Journal of Empirical Finance*, 44, 209-225. DOI: [10.1016/j.jempfin.2017.09.004](https://doi.org/10.1016/j.jempfin.2017.09.004)
- Caldeira, J. F., Moura, G. V., Santos, A. A., & Tourrucôo, F. (2016). Forecasting the yield curve with the arbitrage-free dynamic Nelson–Siegel model: Brazilian evidence. *EconomiA*, 17(2), 221-237. [https://ideas.repec.org/a/anp/econom/v17y20162221\\_237.html](https://ideas.repec.org/a/anp/econom/v17y20162221_237.html)
- Christensen, J. H. E., Diebold, F. X., & Rudebusch, G. D. (2011). The affine arbitrage-free class of Nelson-Siegel term structure models. *Journal of Econometrics*, 164\*(1), 4–20. <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2011.02.011>
- Cox, J. C., Ingersoll, J. E., & Ross, S. A. (1985). A theory of the term structure of interest rates. *Econometrica*, 53\*(2), 385–407. <https://doi.org/10.2307/1911242>
- Dai, Q., & Singleton, K. J. (2000). Specification analysis of affine term structure models. *The Journal of Finance*, 55\*(5), 1943–1978. <https://doi.org/10.1111/0022-1082.00278>
- Diebold, F. X., & Li, C. (2006). Forecasting the term structure of government bond yields. *Journal of Econometrics*, 130\*(2), 337–364. <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2005.03.005>
- Diebold, F. X., Li, C., & Yue, V. Z. (2008). Global yield curve dynamics and interactions: a dynamic Nelson–Siegel approach. *Journal of Econometrics*, 146(2), 351-363. <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2008.08.017>.
- Diebold, F. X., Rudebusch, G. D., & Aruoba, S. B. (2006). The macroeconomy and the yield curve: a dynamic latent factor approach. *Journal of econometrics*, 131(1-2), 309-338. <https://ssrn.com/abstract=565168>
- Duffie, D., & Kan, R. (1996). A yield-factor model of interest rates. *Mathematical Finance*, 6\*(4), 379–406. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9965.1996.tb00123.x>

- Fama, E. F., & French, K. R. (1989). Business conditions and expected returns on stocks and bonds. *Journal of financial economics*, 25(1), 23-49. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(89\)90095-0](https://doi.org/10.1016/0304-405X(89)90095-0)
- Hladíková, H., & Radová, J. (2012). Term structure modelling by using Nelson-Siegel model. *European Financial and Accounting Journal*, 7(2), 36-55. DOI: [10.18267/j.efaj.9](https://doi.org/10.18267/j.efaj.9) DO [10.18267/j.efaj.9](https://doi.org/10.18267/j.efaj.9)
- Hördahl, P., Tristani, O., & Vestin, D. (2008). The yield curve and macroeconomic dynamics. *The Economic Journal*, 118(533), 1937-1970. DOI: [10.1111/j.1468-0297.2008.02197.x](https://doi.org/10.1111/j.1468-0297.2008.02197.x)
- Hull, J., & White, A. (1990). Pricing interest-rate-derivative securities. *The Review of Financial Studies*, 3\*(4), 573-592. <https://doi.org/10.1093/rfs/3.4.573>
- Khazimeh, A. M., Aminifard, A., Zare, H., & Ebrahimi, M. (2018). The mechanism of monetary policy transmission within the framework of the interest rate term structure theory in Iran's economy. *Economics and Modeling*, 9(3), 1-34. (In Persian) <https://dor.isc.ac/dor/20.1001.1.24765775.1397.9.3.1.0>
- Kianpour, P., Aminifard, A., Zare, H., & Ebrahimi, M. (2023). Investigating the relationship between macroeconomic variables and the yield curve of Islamic Treasury bonds in Iran: A dynamic stochastic general equilibrium approach. *Biannual Journal of Economic Studies and Policies*, 10(2), 99-130. (In Persian) [https://economic.mofidu.ac.ir/article\\_710182.html](https://economic.mofidu.ac.ir/article_710182.html)
- Kianpour, P., Aminifard, A., Zare, H., & Ebrahimi, M. (2020). The term structure of interest rates within a New Keynesian model framework. *Quantitative Economics Journal*, 17(4), 29-60. (In Persian) <https://doi.org/10.22055/jqe.2020.27882.1992>
- Koopman, S. J., Mallee, M. I., & Van der Wel, M. (2010). Analyzing the term structure of interest rates using the dynamic Nelson-Siegel model with time-varying parameters. *Journal of Business & Economic Statistics*, 28\*(3), 329-343. <https://doi.org/10.1198/jbes.2009.07295>
- McCulloch, J. H. (1971). Measuring the term structure of interest rates. *The Journal of Business*, 44\*(1), 19-31. <https://doi.org/10.1086/295330>
- McCulloch, J. H. (1975). The tax-adjusted yield curve. *The Journal of Finance*, 30\*(3), 811-830. <https://doi.org/10.2307/2326854>
- Mohammadi Aghdam, Saeed, Peymani Furoshani, Muslim, Amiri, Meysam and Bahrani, Mohammad. (1404). Forecasting Iran's Yield Curve: Combining a Factor Model with a Machine Learning Approach. *Financial Management Perspectives*, 15(1), 9-39. (In Persian) doi: <https://doi.org/10.48308/jfmp.2025.238972.1476>

- Nelson, C. R., & Siegel, A. F. (1987). Parsimonious modeling of yield curves. \*The Journal of Business, 60\*(4), 473–489. <https://doi.org/10.1086/296409>
- Orlović, Z., Zoričić, D., & Golubić, Z. L. (2024). Yield Curve Estimation Based on Government Security Prices in the Croatian Financial Market. Zagreb International Review of Economics & Business, 27(2), 27-41. DOI: [10.2478/zireb-2024-0016](https://doi.org/10.2478/zireb-2024-0016)
- Rahimi, Z., & Herati, J. (2020). The impact of interbank interest rates and yield curve slope on the profitability of selected banks in Iran. Journal of Islamic Economics and Banking, 9(32), 211-243. (In Persian) <http://mieaoi.ir/article-۱-۹۳۹-fa.htm> <http://mieaoi.ir/article-1-939-fa.html>
- Razaghi, M., Nikoumaram, H., Heidarzadeh Hanzaei, A., Ghaffari, F., & Madanchi Zaj, M. (2023).. Comparing the efficiency of ARIMA and ARFIMA models in forecasting interest rates and Islamic Treasury bond rates in Iran. Investment Knowledge, 12(47), 481-504. (In Persian) <https://sanad.iau.ir/Journal/jik/Article/843566>
- Rudebusch, G. D., & Wu, T. (2008). A macro-finance model of the term structure, monetary policy and the economy. The Economic Journal, 118(530), 906-926. DOI: [10.1111/j.1468-0297.2008.02155.x](https://doi.org/10.1111/j.1468-0297.2008.02155.x)
- Sekine, A. (2022). Estimating the Yield Curve Using the Nelson-Siegel Model: Evidence from Daily Yield Data. Public Policy Review, 18(1), 1-14. [https://ideas.repec.org/a/mof/journal/ppr18\\_01\\_04.html](https://ideas.repec.org/a/mof/journal/ppr18_01_04.html)
- Svensson, L. E. O. (1994). Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden 1992-1994. \*NBER Working Paper Series, No. 4871\*. <https://doi.org/10.3386/w4871>
- Vasicek, O. (1977). An equilibrium characterization of the term structure. \*Journal of Financial Economics, 5\*(2), 177–188. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(77\)90016-2](https://doi.org/10.1016/0304-405X(77)90016-2)
- Zoricic, D., & Badurina, M. (2013). Nelson-Siegel yield curve model estimation and the yield curve trading in the Croatia financial market. UTMS Journal of economics, 4(2), 113-125. <https://ideas.repec.org/a/ris/utmsje/0073.html>